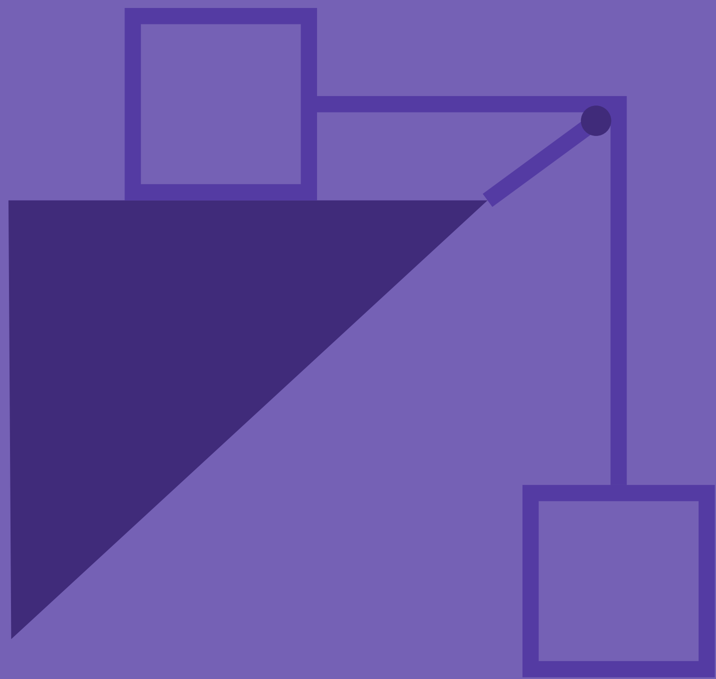
FÍSICA

TRABALHO, ENERGIA E POTÊNCIA



meSalva! | ENGENHARIA

COMECE A ESTUDAR AGORA!

Confira as aulas em vídeo e exercícios resolvidos na plataforma do Me Salva!

Acesse o conteúdo completo com a câmera do seu celular ou tablet pelo QR Code ao lado.

1 CONCEITOS: ENERGIA, TRABALHO E POTÊNCIA

A definição de energia é um pouco complicada, mas podemos dizer que ela está associada à capacidade de produção de ação e movimento em um corpo. Isto é, a existência da energia possibilita a realização de trabalho.

Encontramos a energia em várias formas na natureza: energia cinética, energia térmica, energia potencial, etc.

O trabalho é a energia que é transferida para um corpo, devido à aplicação de uma força ao longo de um deslocamento. Por exemplo, se empurramos uma caixa, estamos transferindo energia nossa para a caixa.

A potência é a taxa de variação da energia. Ela nos diz a quantidade de energia utilizada em um certo intervalo de tempo, ou seja, ela indica a rapidez com a qual o trabalho é realizado.

2 CÁLCULO DO TRABALHO

O trabalho W é uma grandeza escalar que relaciona a intensidade da força resultante F sobre um corpo e seu deslocamento Δx.

FORÇAS CONSTANTES

Neste caso, a aceleração é constante e podemos utilizar algumas equações que vimos na parte de cinemática:

$$v = v_0 + a.t$$

$$\Delta x = v_0 t + ½a.t^2$$

Fazendo algumas álgebras com as duas equações acima, obtemos:

$$v^2 = v_0{}^2 + 2.a.\Delta x$$

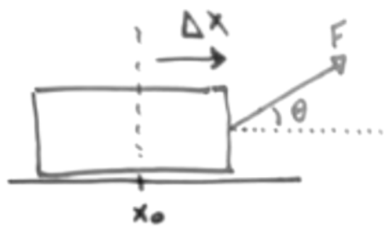
Lembrando da 2a Lei de Newton F=m.a e substituindo na equação acima, obtemos:

$$½m.v^2 - ½m.v_0{}^2 = F.\Delta x$$

Onde $½m.v^2$ - $½m.v_0{}^2$ indica a variação de energia cinética Δk. Sendo o trabalho definido por

$$W = F.\Delta x$$

A força e o deslocamento devem ser paralelos, portanto no caso de termos uma força aplicada com um ângulo Θ, o trabalho será:



$$W = F.\Delta x.\cos\,\Theta$$

Essa também é a definição de produto escalar, ou seja, é a multiplicação de duas componentes paralelas:

$$W = \vec{F}.\vec{\Delta x}$$

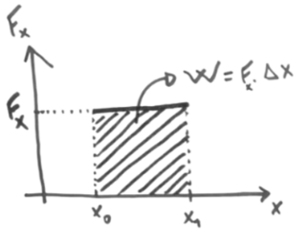
Vamos definir x=d, pois o deslocamento pode ser tanto no eixo x, como no eixo y, então assim deixamos a equação mais genérica:

$$W = \vec{F}\,.\,\vec{d}$$

O cos define se o deslocamento é positivo ou negativo:

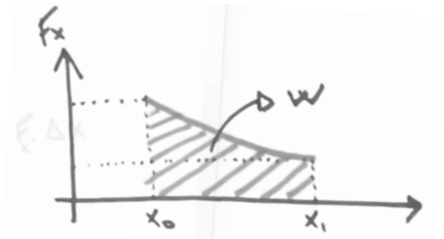
Se a força está no mesmo sentido do deslocamento, o trabalho é positivo $cos\ \Theta > 0$, a força fornece energia cinética ao corpo. Mas se o corpo se desloca em um sentido e a força age no outro sentido, ela reduz a velocidade do objeto e teremos $cos\ \Theta < 0$.

Quando temos a ação de uma força constante F_x, aplicada num corpo, o trabalho será a área do gráfico da força pelo deslocamento. Nota: essas equações são válidas apenas para corpos rígidos, ou seja, que não se deformam com a ação de uma força.



FORÇAS VARIÁVEIS

Quando a força é variável, como por exemplo, a força elástica, o trabalho vai ser a integral da função:



$$W = \int_{x0}^{x1} \overline{F\,(dx)}\ .\ \overline{dx} = \int_{x0}^{x1} F_x dx$$

3 TEOREMA DO TRABALHO E ENERGIA CINÉTICA

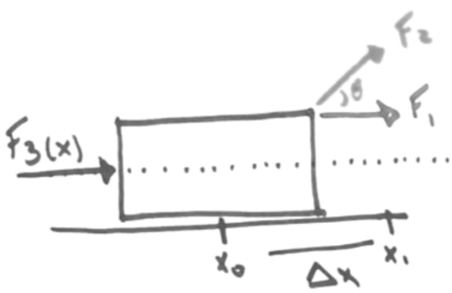
O Teorema nos diz que “O trabalho da força resultante WRES é medido pela variação da energia cinética ΔK”. Equacionando, temos:

$$\Delta K = W_{RES} \rightarrow k = k_i + W_{RES}$$

Sendo o trabalho resultante igual à soma de todos os trabalhos realizados no corpo.

$$W_{RES} = \sum W_I$$

Considere duas forças constantes, F1 e F2, e uma força variável, F3, agindo sobre um corpo:



O trabalho realizado por cada força é:

$$W_1 = F_1.\ \Delta x$$

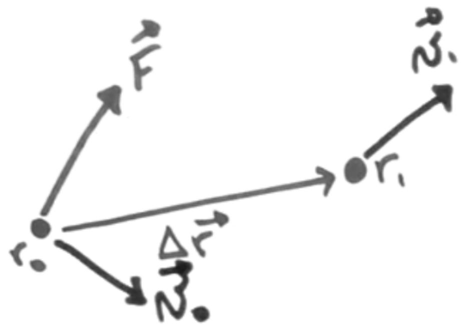
$$W_2 = F_2.\Delta x.cos\ \Theta$$

$$W_3 = \int_{x0}^{x1} F_3.dx$$

E o trabalho resultante é:

$$W_{RES} = W_1 + W_2 + W_3$$

Em um espaço 3D:



Temos uma partícula que vai do ponto r_0 , com velocidade inicial v_0, para o ponto r_1, com uma velocidade v_1, pela ação de uma força F nos eixos x, y e z:

$$\overline{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$$

O trabalho resultante é dado por:

$$W_{RES} = \int_{r_0}^{r_1} \vec{F}_3 . d\vec{r}$$

$$W_{RES} = F_x . \Delta r_x + F_y . \Delta r_y + F_y . \Delta r_y$$

$$W_{RES} = \Delta K$$

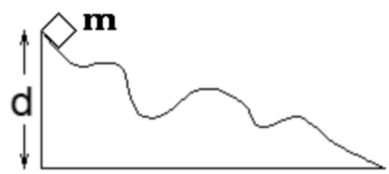
E podemos calcular o módulo da energia cinética:

$$K = ½m. ||v||^2$$

TRABALHO DA FORÇA GRAVITACIONAL

Este trabalho é devido à força da gravidade, exercida pela terra sobre os corpos. Ele independe da trajetória percorrida, dependendo apenas do desnível entre a posição inicial e a posição final do corpo. Aqui, o deslocamento será a variação de altura, pois na direção horizontal, a força da gravidade não realiza trabalho. Pela definição de trabalho, temos:

$$W = \vec{F}.\vec{d} \rightarrow Wg = m.g.d.cos\ \Theta$$



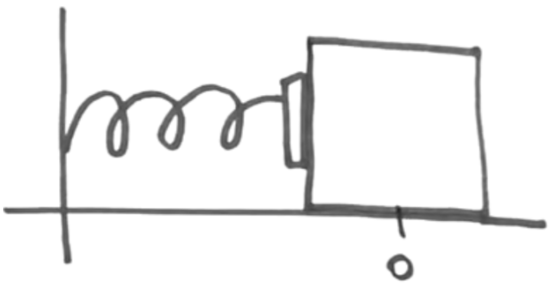
Lembre que a força gravitacional aponta para baixo, portanto quando realizamos um deslocamento para cima, o trabalho realizado será negativo, pois teremos um ângulo de 180° entre a força e o deslocamento.

TRABALHO DA FORÇA ELÁSTICA

A força elástica é uma força variável, exercida por uma mola sobre um corpo. A força de uma mola é definida pela Lei de Hooke, sendo k a constante elástica da mola e Δx o deslocamento:

$$\vec{F}_m = - k.\Delta\vec{x}$$

Isto quer dizer força F_m que atua sobre a mola é proporcional ao deslocamento desta, em relação a um ponto de equilíbrio $x = 0$. Essa força aponta para o sentido contrário ao deslocamento.



A força e o deslocamento são sempre paralelos e podemos simplificar a expressão para:

$$F_m = -k.\Delta x$$

Pela definição, o trabalho é dado por:

$$W_m = \int_{x_i}^{x_f} F.dx = -\int_{x_i}^{x_f} k.x.dx$$

Integrando e substituindo os limites, obtemos:

$$W_m = ½k.x_i^2 - ½k.x_j^2$$

Desta equação, concluímos que:

1. Quando o corpo está se aproximando da posição de equilíbrio: o trabalho vai ser positivo $W > 0 \rightarrow$ a mola exerce força sobre o corpo.

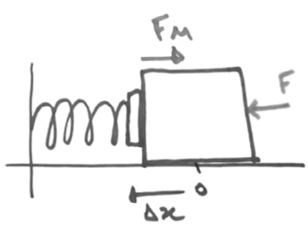
2. Quando o corpo está se afastando do ponto de equilíbrio $(x = 0)$: o trabalho é negativo W<0 , pois $x_f > x_i$, $\rightarrow$ o corpo está dando energia para a mola.

A aplicação de uma força F externa à mola, gera, no sentido contrário, a força da mola F_m. O trabalho resultante é a soma do trabalho dessas duas forças.

Se partimos de uma velocidade $v_0 = 0$ e empurramos a mola até um ponto onde $v_f = 0$, a variação de energia cinética será nula.

$$W_{RES} = \Delta K \rightarrow W_{RES} = 0$$

$$W_{RES} = W_m + W_F = 0 \rightarrow W_F = -W_m$$



Sendo a posição inicial xi= 0, a expressão fica:

$$W_F = ½k.x_f^2$$

COMECE A ESTUDAR AGORA!

Confira as aulas em vídeo e exercícios resolvidos na plataforma do Me Salva!

Acesse o conteúdo completo com a câmera do seu celular ou tablet pelo QR Code ao lado.

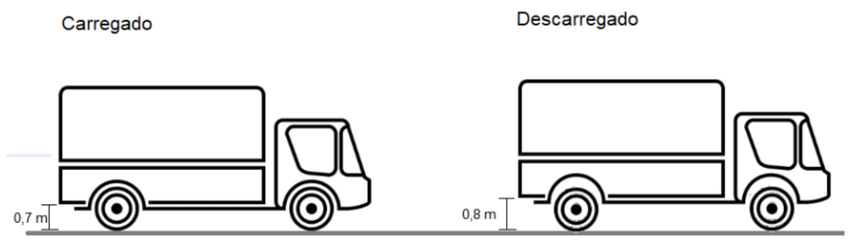
4 ENERGIA POTENCIAL ELÁSTICA

Quando você contrai uma mola e então a solta, ela tende a voltar ao seu estado normal, certo? Portanto, uma mola armazena energia potencial elástica E_{Pel} ou U_{el} e ela é igual ao trabalho da força elástica que a mola exerce sobre um corpo.

$$E_{Pel} = ½k.x$$

Exemplo:

Considere uma mola de caminhão com uma constante $k = 5 \times 10^4\ N/m$. Quando o caminhão está carregado com mercadorias, ele fica $0,7\ m$ acima do chão e quando descarregado, fica $0,8\ m$ acima do chão. Calcule a energia potencial armazenada nas quatro molas do caminhão.



Quando o caminhão é carregado, as molas são comprimidas:

$$\Delta x = 0,8 - 0,7 = 0,1\ m$$

Basta substituirmos na equação da energia potencial elástica U_m de uma mola é:

$$U_m = ½.(5.10^4)\ .\ (0,1)^2 = 250\ J$$

Como temos 4 molas, a energia potencial total armazenada é:

$$U = 4.250 = 1000\ J$$

5 CONSERVAÇÃO DA ENERGIA MEC NICA

A energia mecânica corresponde à soma da energia potencial com a energia cinética que atuam sobre um sistema.

$$E_{mec} = K+U$$

Agora, vamos falar sobre a famosa frase:

“Na natureza nada se perde, nada se cria, tudo se transforma”.

Este é o princípio de conservação de energia! Ele nos diz que a energia não pode ser criada ou destruída: ela é sempre conservada. Ela pode ser transferidas entre objetos ou sistemas através de interações de forças e ela pode ser convertida de uma forma para outra, por exemplo, de energia cinética para energia potencial.

O princípio da conservação da energia mecânica diz que num sistema isolado constituído por corpos que interagem apenas com forças conservativas, a energia mecânica total permanece constante.

Lembrando que a variação da energia cinética é igual ao trabalho:

$$\Delta K = W$$

Sendo a variação da energia potencial definida como o negativo do trabalho realizado:

$$\Delta U = -\ W$$

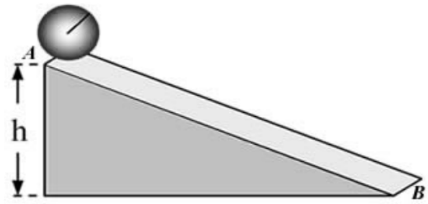
Portanto, temos:

$$\Delta K = -\Delta U$$

Isto quer dizer que sempre que houver uma variação de energia cinética, teremos um ganho ou uma perda de energia potência de mesmo valor.

Exemplo:

Considere um corpo de massa m, abandonado do repouso no ponto A, no alto de uma rampa de altura h. Com qual velocidade o corpo chega na base da rampa, isto é, no ponto B?



Vamos começar fazendo algumas considerações importantes:

1. O corpo é abandonado do repouso, portanto $v_0 = 0$ e ele estará sujeito apenas à aceleração da gravidade g.

2. Vamos desprezar a força de atrito, pois estamos falando de conservação de energia!

3. A energia mecânica é conservada, portanto ela é igual no ponto A e no ponto B: $E_{mec,A} = E_{mec,B}$.

No ponto A, temos apenas a ação da energia potencial gravitacional, pois o corpo está no repouso e, portanto, não tem energia cinética. A energia mecânica Emec,A no ponto A é:

$$E_{mec,A} = K_A + U_A = 0 + m.g.h$$

Na posição B, o corpo ganhou velocidade e chegou até a base, ou seja, a energia potencial gravitacional foi transformada em energia cinética. A energia mecânica Emec,Bno ponto B é:

$$E_{mec,B} = K_B + U_B = \tfrac{1}{2}m.v^2 + 0$$

Para acharmos a velocidade em B, igualamos as energias mecânicas nos dois pontos e isolamos v:

$$E_{mec,A} = E_{mec,B} \rightarrow m.g.h = \tfrac{1}{2}m.v^2$$
$$v^2 = 2.g.h \rightarrow v = \sqrt{2.g.h}$$

6 TRABALHO DE UMA FORÇA EXTERNA

Considere um sistema sem a ação de forças dissipativas, onde a energia mecânica do sistema é conservada:

Se tivermos uma força externa ao sistema, que realiza um trabalho W no sistema, teremos então uma variação da energia mecânica do sistema:

$$W = E_{mec} = \Delta K + \Delta U$$

FORÇAS DISSIPATIVAS

Se temos a presença de uma força dissipativa, como o atrito, teremos a transformação da energia mecânica em calor, devido ao contato do corpo com a superfície. É a mesma coisa que você faz quando está com frio e esfrega as mãos para gerar calor.

Considerando que agora temos uma energia total E, ela será a soma da energia mecânica E_{mec} com a energia térmica E_T.

$$E = E_{mec} + E_T$$

O trabalho será dado por:

$$W = \Delta E_{mec} + {}_{\Delta}E_T$$

Sendo que a energia térmica que consideramos aqui pode ser outro tipo de energia, dependendo da força dissipativa presente.

7 CONSERVAÇÃO DA ENERGIA TOTAL

Agora vamos falar de um energia total E do sistema, ou seja, a soma de diversos tipos de energia presentes no sistema, como a energia mecânica e a energia térmica.

$$E = E_{mec} + E_T + ...$$

O trabalho será a variação da energia total do sistema:

$$W = \Delta E$$

Porém, num sistema isolado:

$$\Delta E = 0 \rightarrow W = 0$$

8 PERDA DE ENERGIA PARA O AR

Quando jogamos um disco no ar, surge uma força dissipativa, oposta ao movimento dele, chamada de resistência do ar F_{ar}. Essa força depende de uma constante k e da velocidade v do corpo:

$$F_{ar} = k.v^2$$

Um exemplo clássico é um paraquedista em queda livre:

A resistência do ar garante a redução da velocidade do paraquedista, fazendo com que ele chegue ao solo mais tranquilamente.

COMECE A ESTUDAR AGORA!

Confira as aulas em vídeo e exercícios resolvidos na plataforma do Me Salva!

Acesse o conteúdo completo com a câmera do seu celular ou tablet pelo QR Code ao lado.

9 POTÊNCIA

Como falamos lá no início, a potência é a taxa de variação da energia, ou seja, o trabalho em um intervalo de tempo.

POTÊNCIA MÉDIA

A potência média está relacionada ao trabalho realizado, ou seja, à variação de energia:

$$P_{méd} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

POTÊNCIA INSTANTÂNEA

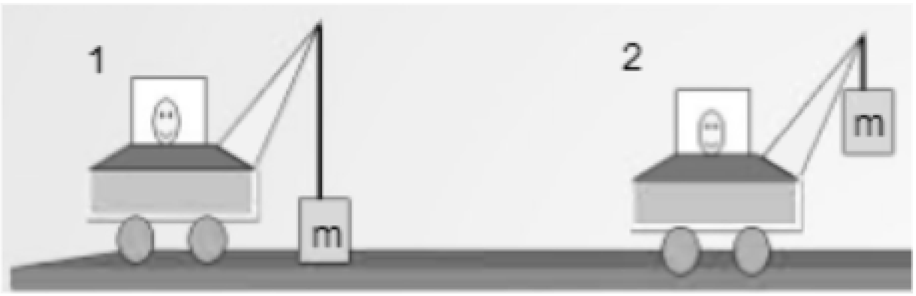
Quando queremos saber a potência num dado instante de tempo, consideramos um tempo gasto infinitamente pequeno. Por definição, temos:

$$P_I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dE}{dt}$$

Nota: A unidade de potência no SI é o Watt, representado pela letra W e equivalente à $1\ J/s$.

Exemplo:

Vamos calcular a potência que o motor de um guindaste deve ter para erguer um caixote de $m = 200\ kg$ até uma altura $H = 12\ m$ em um tempo $t = 60\ s$.



Da definição de potência, sabemos que a primeira coisa a fazer é calcular o trabalho. O trabalho realizado pela força F do motor é igual ao trabalho da força peso P ao longo da altura H.

Inicialmente, o caixote está em repouso no solo, portanto, ele não possui energia cinética, nem potencial, e o trabalho é nulo.

Quando a caixa é elevada até h= 12m, o trabalho é dado por:

$$W_g = m.g.h = 200\ .\ 9{,}8\ .\ 12$$

COMECE A ESTUDAR AGORA!

Confira as aulas em vídeo e exercícios resolvidos na plataforma do Me Salva!

Acesse o conteúdo completo com a câmera do seu celular ou tablet pelo QR Code ao lado.

$$W_g = 23520\ J$$

A potência necessária ao motor do guindaste é:

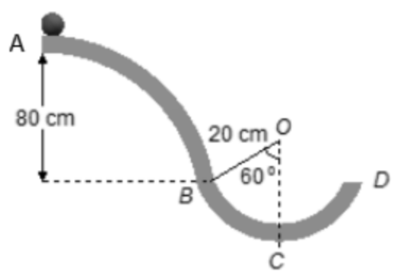
$$P_{méd} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{23520}{60} = 392\ W$$

10 UM SUPER EXEMPLO!

Vamos fazer um exemplo para recapitular praticamente tudo que vimos de mecânica até agora!

Exemplo:

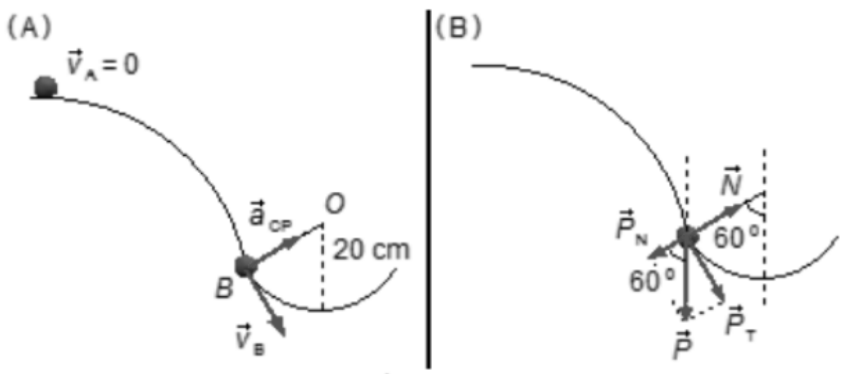
Considere uma pequena esfera, de massa igual a 5 gramas, abandonada do repouso no ponto A sobre uma superfície perfeitamente lisa. Ela descreve a curva ABCD situada num plano vertical, sendo o trecho BCD um arco de circunferência de centro em O e raio de 20 cm. Calcule a intensidade da reação normal à superfície que atua sobre a esfera quando ela passa pelo ponto B, situado 80 cm abaixo de A e tal que o ângulo formado pelo segmento BO com a vertical seja 60°. Considere g= 9,8 m/s2.



Vamos começar identificando os dados do problema e colocando nas unidades do SI:

- Massa do corpo: $m = 5\ g = 0{,}005\ kg$
- Velocidade inicial da esfera: $v_A = 0$ (repouso)
- Raio da superfície BCD: $r = 20\ cm = 0{,}2\ m$
- Altura do ponto A em relação a B: $h_A = 80\ cm = 0{,}8\ m$
- Aceleração da gravidade: $g = 9{,}8\ m/s^2$

Vamos analisar a situação: a esfera parte do repouso, com velocidade $v_A = 0$ e, quando chega no ponto B, começa a descrever uma trajetória circular, com uma velocidade tangencial v_B e uma aceleração centrípeta a_C. Em B, teremos a ação da força peso P, com uma componente tangencial P_T ao eixo da superfície e uma componente P_N, perpendicular à superfície e oposta à força normal N. O ângulo entre a força peso e sua componente normal P_N é, por trigonometria, igual a $60°$.



Queremos determinar a intensidade da força normal N no ponto B. Para isso, devemos partir dos princípios e leis que estudamos até aqui para acharmos as relações entre as variáveis.

Vamos começar com o Princípio da Conservação da Energia Mecânica. Sabemos que a energia mecânica é igual nos dois pontos:

$$E_{mec,A} = E_{mec,B}$$

$$U_A + K_A = U_B + K_B$$

$$m.g.h_A + ½m.v_A^2 = m.g.h_B + ½m.v_B^2$$

Vamos considerar o ponto B como nosso nível de referência, ou seja, hB= 0. Sendo vA= 0 e simplificando a massa m, temos:

$$g.h_A = \frac{v_B^2}{2}$$

Sendo g e hA conhecidos, podemos obter a velocidade:

$$V_B^2 = 2.g.h_A$$

No ponto B, temos um MCU e, portanto, a força resultante é a força centrípeta F_C, que aponta para o centro da trajetória. Considerando o sentido positivo para o centro O da circunferência, a força centrípeta é dada por:

$$F_C = N - P_N$$

Sendo a componente do peso na direção normal e lembrando da trigonometria que cos60°= 1/2:

$$P_N = P.\cos 60° = \frac{P}{2} = \frac{m.g}{2}$$

Obtemos então:

$$F_C = N - \frac{m.g}{2}$$

A aceleração centrípeta em B é:

$$a_C = \frac{v_B^2}{r} = \frac{2.g.h_A}{r}$$

No ponto B, podemos aplicar a 2a Lei de Newton para a força centrípeta FC:

$$F_C = m.a_C$$

Vamos substituir aqui as outras equações encontradas e vamos isolar N:

$$N - \frac{m.g}{2} = m.\frac{2.g.h_A}{r}$$

$$N = \frac{m.g}{2} + m.\frac{2.g.h_A}{r} = mg\left(½ + \frac{2.h_A}{r}\right)$$

Agora, finalmente, vamos substituir os valores dados no problema:

$$N = 0,005.\ 9,8.\ (0,5 + \frac{2.\ 0,8}{0,2}) = 0,416\ N$$

DICA PRECIOSA! Deixe sempre para substituir os valores no final, mesmo que já seja possível calcular alguma incógnita através de uma equação! Isso evita cálculos desnecessários e diminui a chance de erros. É muito mais fácil trabalhar com as letras e só no final substituir os valores.