

Estudo Guiado de Função Exponencial e Logaritmos

05/10/2022

E aí, galera do Me Salva! Hoje faremos um estudo guiado progressivo. Isto é, ele começará fácil e ficará mais difícil a cada ciclo pomodoro.

Cada bloco possuirá uma revisão teórica (com exercícios simples) e uma questão do ENEM ao final.

Parte I - Nível Iniciante

Primeiramente, vamos relembrar como resolver uma **equação exponencial**.

Exercício 1 - Resolva as equações abaixo.

$$2^x = 16$$

$$3^x = \frac{1}{9}$$

$$3^x \cdot 3^4 = 27$$

Isto é, para resolver uma equação exponencial, você deve obter uma igualdade de duas potências de mesma base.

Agora que revisamos como resolver equações exponenciais, vamos relembrar as funções exponenciais.

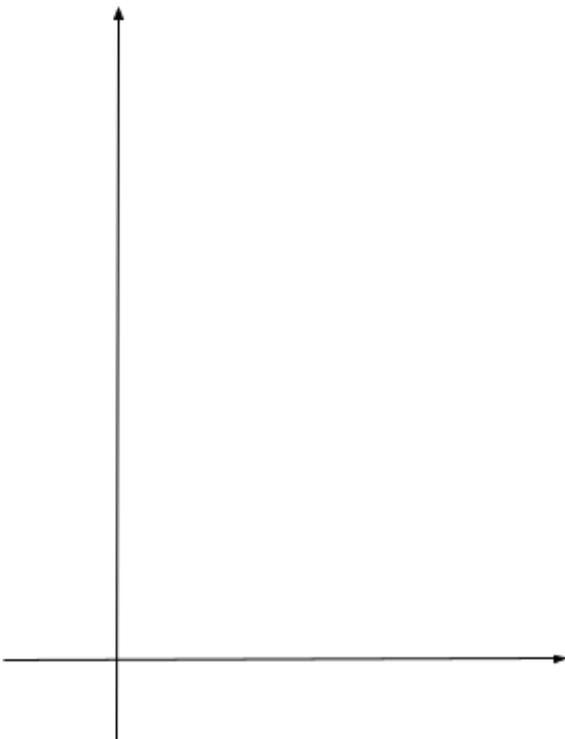
Exercício 2: Considere a função exponencial abaixo.

$$f(x) = 100 \cdot 2^{x-2}$$

Agora vamos responder:

a) quanto vale $f(0)$, $f(2)$, $f(4)$ e $f(10)$?

b) esboce o gráfico da função.



QUESTÃO DO ENEM 1 - (ENEM 2016 PPL)

O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 40 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população:

$$p(t) = 40 \cdot 2^{3t}$$

em que t é o tempo, em hora, e $p(t)$ é a população, em milhares de bactérias.

Em relação à quantidade inicial de bactérias, após 20 min, a população será

- A) reduzida a um terço.
- B) reduzida à metade.
- C) reduzida a dois terços.
- D) duplicada.
- E) triplicada.

Parte II - Nível Intermediário

Vamos relembrar as propriedades do logaritmo.

Exercício 3: Aproxime $\log 2$ e $\log 3$ por 0,3 e 0,48 respectivamente e resolva:

a) $\log(6)$

b) $\log(1,5)$

c) $\log(8)$

Exercício 4: Um carro desvaloriza 10% a cada ano. O carro inicialmente custava 40 000 reais.

- a) escreva uma função que determina seu valor, em reais, em função do tempo, em anos.

- b) sabendo que $\log 2 = 0,3$ e $\log 3 = 0,48$, determine quanto tempo levará até que o carro valha metade do valor inicial.

QUESTÃO DO ENEM 2 - (ENEM 2019 PPL)

Uma pessoa fez um depósito inicial de R\$ 200,00 em um fundo de Investimentos que possui rendimento constante sob juros compostos de 5% ao mês. Esse Fundo possui cinco planos de carência (tempo mínimo necessário de rendimento do Fundo sem movimentação do cliente). Os planos são:

- Plano A: carência de 10 meses;
- Plano B: carência de 15 meses;
- Plano C: carência de 20 meses;
- Plano D: carência de 28 meses;
- Plano E: carência de 40 meses.

O objetivo dessa pessoa é deixar essa aplicação rendendo até que o valor inicialmente aplicado duplique, quando somado aos juros do fundo. Considere as aproximações: $\log 2 = 0,30$ e $\log 1,05 = 0,02$.

Para que essa pessoa atinja seu objetivo apenas no período de carência, mas com a menor carência possível, deverá optar pelo plano

- A) A.
- B) B.
- C) C.
- D) D.
- E) E.

QUESTÃO DO ENEM 3 - (ENEM 2019 PPL)

Uma equipe de cientistas decidiu iniciar uma cultura com exemplares de uma bactéria, em uma lâmina, a fim de determinar o comportamento dessa população. Após alguns dias, os cientistas verificaram os seguintes fatos:

- a cultura cresceu e ocupou uma área com o formato de um círculo;
- o raio do círculo formado pela cultura de bactérias aumentou 10% a cada dia;
- a concentração na cultura era de 1 000 bactérias por milímetro quadrado e não mudou significativamente com o tempo.

Considere que r representa o raio do círculo no primeiro dia, Q a quantidade de bactérias nessa cultura no decorrer do tempo e d o número de dias transcorridos.

Qual é a expressão que representa Q em função de r e d ?

A) $Q = \left(10^3 (1,1)^{d-1} r\right)^2 \pi$

B) $Q = 10^3 \left((1,1)^{d-1} r\right)^2 \pi$

C) $Q = 10^3 (1,1(d-1)r)^2 \pi$

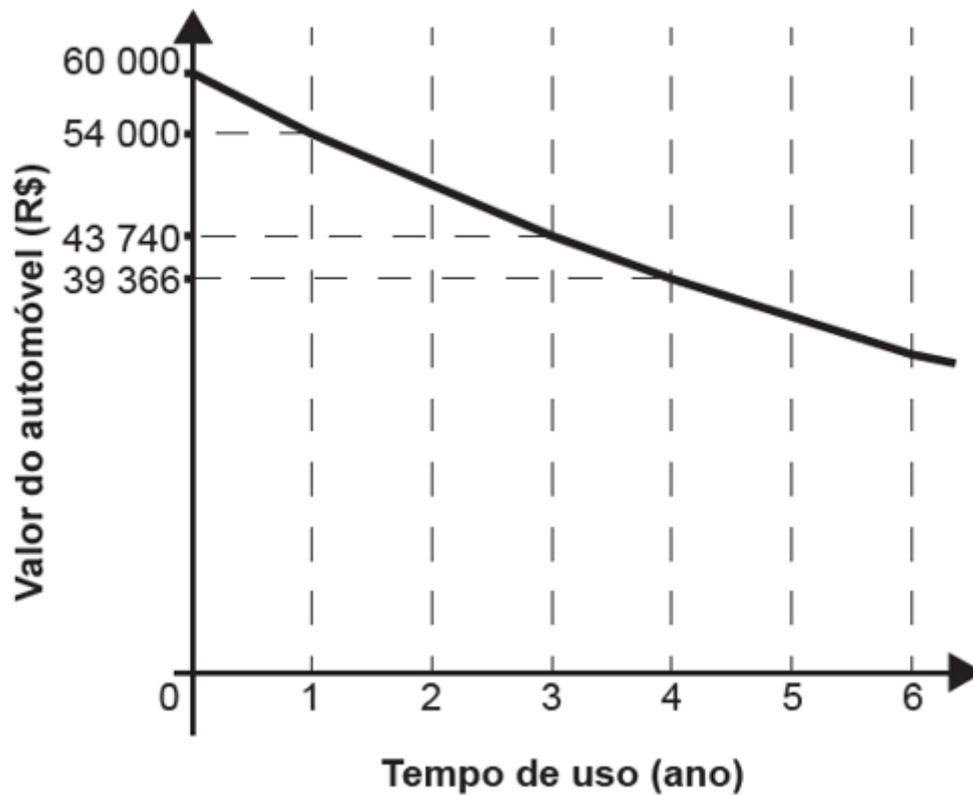
D) $Q = 2 \times 10^3 (1,1)^{d-1} r \pi$

E) $Q = 2 \times 10^3 (1,1(d-1)r) \pi$

Parte IV - Questões diversas

(ENEM 2017 LIBRAS)

Um modelo de automóvel tem seu valor depreciado em função do tempo de uso segundo a função $f(t)=b \cdot a^t$ com t em ano. Essa função está representada no gráfico.



Qual será o valor desse automóvel, em real, ao completar dois anos de uso?

- A) 48.000,00
- B) 48.114,00
- C) 48.600,00
- D) 48.870,00
- E) 49,683,00

(ENEM 2017 LIBRAS)

Em 2011, a costa nordeste do Japão foi sacudida por um terremoto com magnitude de 8,9 graus na escala Richter. A energia liberada E por esse terremoto, em kWh pode ser calculada por $R = \frac{2}{3} \log(E/E_0)$, sendo $E_0 = 7 \cdot 10^{-3}$ kWh e R a magnitude desse terremoto na escala Richter. Considere 0,84 como aproximação para $\log 7$.

Disponível em: <http://oglobo.globo.com>. Acesso em: 2 ago. 2012.

A energia liberada pelo terremoto que atingiu a costa nordeste do Japão em 2011, em kWh foi de

- A) $10^{10,83}$
- B) $10^{11,19}$
- C) $10^{14,19}$
- D) $10^{15,51}$
- E) $10^{17,19}$

Lista de Exercícios

Questão 1 - (ENEM 2015 PPL)

O sindicato de trabalhadores de uma empresa sugere que o piso salarial da classe seja de R\$ 1 800,00, propondo um aumento percentual fixo por cada ano dedicado ao trabalho. A expressão que corresponde à proposta salarial s , em função do tempo de serviço t , em anos, é $s(t) = 1800 \cdot (1,03)^t$.

De acordo com a proposta do sindicato, o salário de um profissional dessa empresa com 2 anos de tempo de serviço será, em reais,

- A) 7.416,00.
- B) 3.819,24.
- C) 3.709,62.
- D) 3.708,00.
- E) 1.909,62.

Questão 2 - (ENEM 2016)

Uma liga metálica sai do forno a uma temperatura de 3 000 °C e diminui 1% de sua temperatura a cada 30 min.

Use 0,477 como aproximação para $\log(3)$ e 1,041 como aproximação para $\log(11)$.

O tempo decorrido, em hora, até que a liga atinja 30 °C é mais próximo de

- A) 22.
- B) 50.
- C) 100.
- D) 200.
- E) 400.

Questão 3 - (ENEM 2015)

O acréscimo de tecnologias no sistema produtivo industrial tem por objetivo reduzir custos e aumentar a produtividade. No primeiro ano de funcionamento, uma indústria fabricou 8 000 unidades de um determinado produto. No ano seguinte, investiu em tecnologia adquirindo novas máquinas e aumentou a produção em 50%. Estima-se que esse aumento percentual se repita nos próximos anos, garantindo um crescimento anual de 50%. Considere P a quantidade anual de produtos fabricados no ano t de funcionamento da indústria.

Se a estimativa for alcançada, qual é a expressão que determina o número de unidades produzidas P em função de t , para $t \geq 1$?

- A) $P(t) = 0,5 \cdot t^{-1} + 8\ 000$
- B) $P(t) = 50 \cdot t^{-1} + 8\ 000$
- C) $P(t) = 4\ 000 \cdot t^{-1} + 8\ 000$
- D) $P(t) = 8\ 000 \cdot (0,5)^{t-1}$
- E) $P(t) = 8\ 000 \cdot (1,5)^{t-1}$