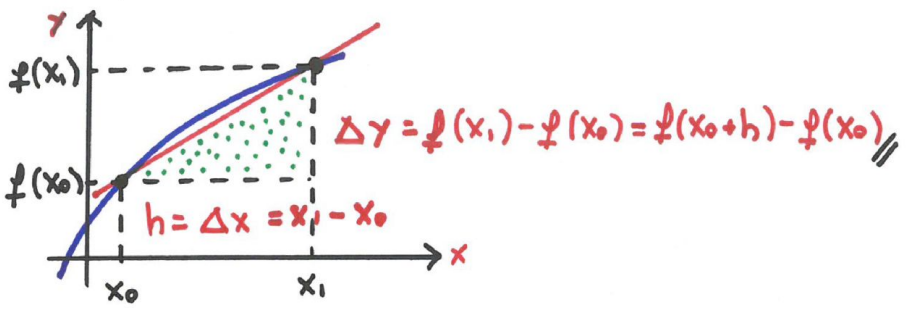
RESUMO DERIVADAS

DEFINIÇÃO

A derivada nada mais é do que a inclinação da reta tangente a y=f(x) ou a taxa de variação instantânea de y em relação a x.

x_0



$$f'(x_0) = lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

DIFERENCIABILIDADE

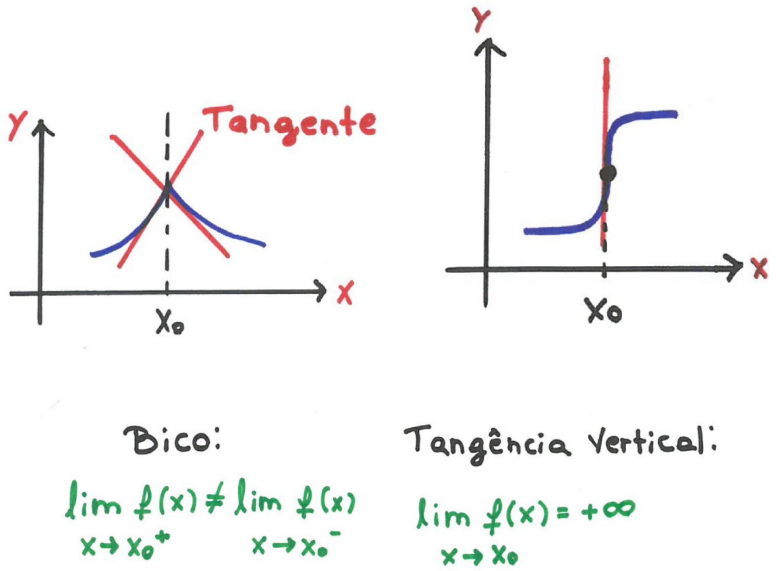
Para a função f(x) ser diferenciável – **derivável** – em x deverá existir o limite:

$$f'(x) = lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

E **não** esquecer que os **limites laterais também devem existir e que devem ser iguais**!

Podemos ter casos em que a função f(x) é contínua em x_0, porém não é derivável em x_0. Os dois casos mais comuns são o ponto de bico e o ponto de tangência vertical.

mesalva.com
Todos os direito reservados © Me Salva! 2017.



TÉCNICAS DE DERIVAÇÃO

Para facilitar o estudo, aí está uma tabela resumo das derivadas mais legais!

$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$	$\frac{d}{dx}(sec\ x) = sec\ x\ \ tg\ x$
$\frac{d}{dx}(C) = 0$	$\frac{d}{dx}(cotg\ x) = -\ cossec^2 x$
$\frac{d}{dx}(a^x) = (ln\ a)a^x$	$\frac{d}{dx}(cossec\ x) = -\ cotg\ x\ cossec\ x$
$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$	$\frac{d}{dx} arc\ sen\ x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\frac{d}{dx}(log_a\ x) = \frac{1}{x ln\ a}$	$\frac{d}{dx} arc\ cos\ x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\frac{d}{dx}(ln\ x) = \frac{1}{x}$	$\frac{d}{dx} arc\ tg\ x = \frac{1}{1+x^2}$
$\frac{d}{dx}(sen\ x) = cos\ x$	$\frac{d}{dx} arc\ cotg\ x = -\frac{1}{1+x^2}$
$\frac{d}{dx}(cos\ x) = -\ sen\ x$	$\frac{d}{dx} arc\ sec\ x = 1/(\lvert x\rvert\sqrt{x^2-1})$

mesalva.com
Todos os direito reservados © Me Salva! 2017.

$\frac{d}{dx}(tg\ x) = sec^2\ x$	$\frac{d}{dx} arc\ cossec\ x = -\frac{1}{\lvert x\rvert\sqrt{x^2-1}}$

REGRAS DE DERIVAÇÃO

Aqui estão aquelas propriedades e regrinhas básicas das derivadas que não podemos esquecer!

Somas e Subtrações	$\frac{d}{dx}[f(x)\pm g(x)] = \frac{d}{dx}[f(x)]\pm\frac{d}{dx}[g(x)]$
Regra do Produto	$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f(x)\frac{d}{dx}[g(x)] + g(x)\frac{d}{dx}[f(x)]$
Regra do Quociente	$\frac{d}{dx}[\frac{f(x)}{g(x)}] = \frac{g(x)\frac{d}{dx}[f(x)]-f(x)\frac{d}{dx}[g(x)]}{[g(x)]^2}$

REGRA DA CADEIA

$$\frac{d}{dx}[f(g(x))] = f'(g(x))g'(x)$$

Essa regra já é um pouco mais complicada. Então, segue um exemplo para visualizar melhor como ela funciona.

mesalva.com
Todos os direito reservados © Me Salva! 2017.

$$h(x) = \underbrace{\text{sen}}\,(\underbrace{x^2+2})$$

$$x^2+2 = g \rightarrow g' = 2x+0$$

$$\text{sen } x = f \rightarrow f' = \cos x$$

$$h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$= \cos(x^2+2) \cdot 2x$$

Há outra maneira de fazer a regra da cadeia. Primeiro, identifique quantas funções existem na composição, depois, derive de fora para dentro. Dá uma olhada nos exemplos a seguir e veja se não é mais fácil!

$$f(x) = \underbrace{\text{sen}}_{\text{I}}\,(\underbrace{x^2+2}_{\text{II}})$$

$$f'(x) = \underbrace{\cos(x^2+2)}_{\text{I}} \cdot \underbrace{2x}_{\text{II}}$$

$$g(x) = \underbrace{\text{sen}}_{\text{I}}\,(\underbrace{\cos}_{\text{II}}(\underbrace{x^2}_{\text{III}}))$$

$$g'(x) = \underbrace{\cos(\cos(x^2))}_{\text{I}} \cdot \underbrace{(-\text{sen}(x^2))}_{\text{II}} \cdot \underbrace{2x}_{\text{III}}$$

DERIVADA IMPLÍCITA

Usamos a derivação (diferenciação) implícita quando **não conseguimos isolar as variáveis**. Exemplo:

Todos os direito reservados © Me Salva! 2017.

$$x^2 + y^3 = \cos x + \ln y$$

$$2x \cdot \cancel{\frac{dx}{dx}} + 3y^2 \cdot \frac{dy}{dx} = -\operatorname{sen} x \cdot \cancel{\frac{dx}{dx}} + \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx}$$

$$3y^2 \cdot \frac{dy}{dx} - \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = -\operatorname{sen} x - 2x$$

$$\frac{dy}{dx}\left(3y^2 - \frac{1}{y}\right) = -\operatorname{sen} x - 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-(\operatorname{sen} x + 2x) \cdot y}{3y^3 - 1}$$

TAXAS RELACIONADAS

Problemas com taxas relacionadas podem ser resolvidos seguindo os seguintes passos.

- ✓ **Passo 1:** Detecte cada quantidade que varia com o **tempo** e outras que possam ser relevantes para a resolução do problema.
- ✓ **Passo 2:** Indique as taxas de variação que são conhecidas e a taxa de variação que deve ser encontrada. Analise cada taxa como uma derivada.
- ✓ **Passo 3:** Encontre uma relação entre essas variáveis e equacione elas. Para tal, geralmente usamos **geometria**.
- ✓ **Passo 4:** Derive, através da **derivação implícita**, ambos os lados da equação em relação ao tempo para obter uma relação entre as taxas conhecidas e a taxa desconhecida.
- ✓ **Passo 5:** Após o passo 4, substitua os valores conhecidos das taxas e das variáveis e resolva a equação encontrada para a taxa de variação desconhecida.

mesalva.com
Todos os direito reservados © Me Salva! 2017.

DERIVADA PRIMEIRA E SEGUNDA

	$+$	$-$	0	$\nexists$
$f(x)$	Acima do eixo x	Abaixo do eixo x	Sobre o eixo x Raízes	Fora do domínio
$f'(x)$	Crescente	Decrescente	Ponto crítico Máximos/Mínimos	Não diferenciável Bico/Ponto de tangência vertical
$f''(x)$	Concavidade positiva	Concavidade negativa	Suspeito de ser um ponto de inflexão	Suspeito de ser um ponto de inflexão

Obs.: O ponto de inflexão ocorre quando a derivada segunda muda de sinal!

ESBOÇO DE GRÁFICOS

- ✓ **Passo 1:** Encontrar ***pontos de interesse de f(x)***, se possível, como o valor da função quando x=0 e as raízes da função. Podem ser difíceis de encontrar, mas não se atenha, vá para o passo 2!

- ✓ **Passo 2:** Encontrar as ***assíntotas horizontais***. Lembrando que para achar as assíntotas horizontais, temos que:

$$lim_{x \to \pm\infty} f(x) = K \ (constante)$$

- ✓ **Passo 3:** Procurar as ***assíntotas verticais***. Encontramos as nossas assíntotas verticais quando nossa função não existe, por exemplo, divisão por zero e raízes de números negativos.

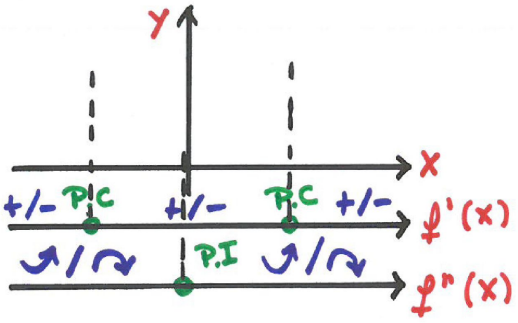
- ✓ **Passo 4:** Buscar pelos ***máximos*** e ***mínimos***. Para isso, derivamos a f(x), igualamos a zero e encontramos os pontos críticos, e se analisa o sinal.

- ✓ **Passo 5:** Analisar a ***concavidade***. Para tanto, deriva-se duas vezes, encontrando a derivada segunda f''(x), iguala-se a zero para obter os suspeitos de inflexão e se analisa o sinal.

- ✓ **Passo 6:** Traçar o ***esboço***. Para facilitar o teu trabalho, desenhe, abaixo do eixo x, duas linhas, uma para f'(x) e outra para f''(x), colocando,

Todos os direito reservados © Me Salva! 2017.

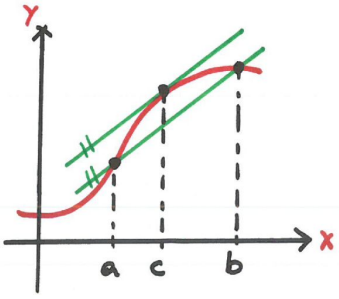
respectivamente, os pontos críticos e pontos de inflexão, juntamente com as análises de sinais. Dê uma olhada no desenho abaixo!



TEOREMA DO VALOR MÉDIO

O teorema diz que, entre dois pontos [a, b] de uma função diferenciável f, há um ponto c no qual a sua derivada f'(c) é a inclinação da reta tangente paralela à reta secante que passa pelos pontos [a, b].

$$f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$



REGRA DE L'HÔPITAL

$$LIM_{X\to A}\frac{F(x)}{G(x)} = LIM_{X\to A}\frac{F'(x)}{G'(x)}$$

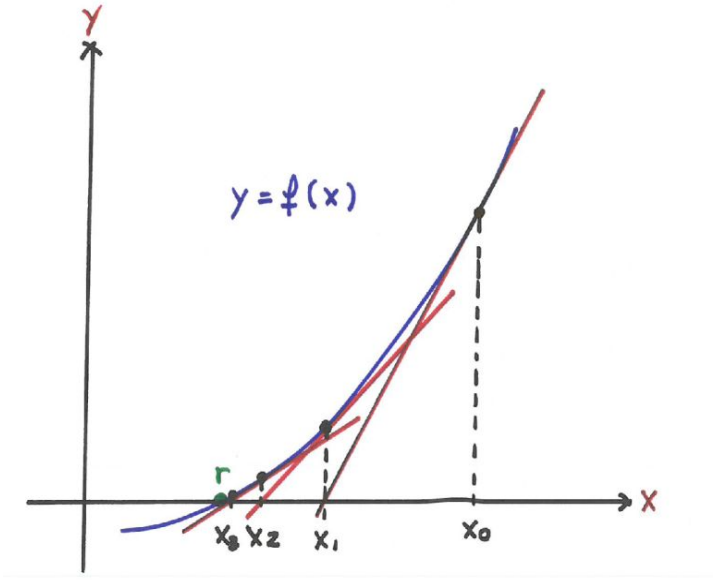
Aplicamos a regra de L'Hôpital quando o $lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$ resultar em uma indeterminação do tipo $\frac{0}{0}$ ou $\pm\frac{\infty}{\infty}$. Dessa forma, devemos derivar as funções. **Caso ainda resulte em uma indeterminação, deve-se continuar derivando**.

mesalva.com
Todos os direito reservados © Me Salva! 2017.

MÉTODO DE NEWTON

Utilizamos este método quando queremos achar um valor aproximado da nossa raiz de uma função f(x). **Lembrando que quanto maior o número de interações, mais preciso vai ser o valor de r**.

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$



mesalva.com
Todos os direito reservados © Me Salva! 2017.